

# DYFRAKCJA FALI ŚWIETLNEJ NA FALI ULTRADŹWIĘKOWEJ

Studenckie Laboratorium Fizyki II  
Wydział Fizyki Politechniki Warszawskiej  
opr. dr Piotr Panecki

Zagadnienia:

1. Rodzaje fal: **fala bieżąca i stojąca**. infradźwięki, fale akustyczne **ultradźwięki**
2. Wytwarzanie fal mechanicznych: **elektrostrykcja**.
3. Fale akustyczne w ośrodku sprężystym. Propagacja fal, prędkość **fazowa i grupowa, dyspersja falowa**, dekrement tłumienia,.
4. Rezonans mechaniczny, Odbicie od powierzchni, **wnęka rezonansowa**.
5. **Fala elektromagnetyczna**, fale świetlne, polaryzacja światła, **współczynnik załamania a prędkość fazowa**, **front fali**
6. Siatka dyfrakcyjna, stała siatki, siatka fazowa i amplitudowa, dyfrakcja **Bragga promieni rentgenowskich na kryształach**

**Uwaga:** Wytłuszczone słowa są słowami kluczowymi. Pojęcia przez nie opisywane powinny być rozumiane wielostronnie tzn. oprócz definicji powinny być znane także przykłady relacji do innych znanych pojęć fizyki, jak i do eksperymentów, w których opisie są używane.

## Pytania kontrolne:

1. Od czego zależy prędkość fali akustycznej w ośrodku ciekłym ?
2. Jaki jest związek między falą stojącą i bieżącą ?
3. Kiedy następuje odbicie fali na granicy dwóch ośrodków ?
4. Podaj opis teoretyczny interferencji dwóch fal biegnących naprzeciw siebie (wyprowadzenie).
5. Jak jest związana stała siatki dyfrakcyjnej z kątem ugięcia wiązki na niej (wyprowadzenie).

## Literatura.

1. "Fale" F.C.Crawford, PWN 1975.
2. Encyklopedia Fizyki
3. „Feynmana wykłady z fizyki” PWN 2002
4. „Fizyka ciała stałego - ćwiczenia laboratoryjne”, skrypt PWN, 1980;
5. Klein W.R. ,Cook B. D. , IEEE Trans, on Sonics and Ultrasonics, July, 1967, s. 123

# DYFRAKCJA FALI ŚWIETLNEJ NA FALI ULTRADŹWIĘKOWEJ

wersja 1.1

opr. dr P. Panecki

## 1. Opis teoretyczny zjawiska.

### 1.1 Wytwarzanie i propagacja fali ultradźwiękowej w cieczy

Wytwarzanie fali ultradźwiękowych jest możliwe na wiele różnych sposobów. Jednym z najbardziej powszechnych jest zastosowanie materiałów elektrostrykcyjnych. Mają one tę własność, że zmieniają swoje wymiary pod wpływem przyłożonego pola elektrycznego. Płytką z takiego materiału z naniesionymi elektrodami, do których podłączono zmienne napięcie o odpowiedniej amplitudzie i częstotliwości, stanowi źródło fal mechanicznych (**przetwornik**).

Mechanizmy propagacji (czyli rozprzestrzeniania się) fal mechanicznych w nieograniczonych ośrodkach ciekłych o małej lepkości, umożliwiają jedynie propagację **fal podłużnych**, w których obserwujemy jedynie przesunięcia cząstek cieczy wzdłuż kierunku propagacji. Przesunięcia takie dają w efekcie zmianę gęstości wody.

W układzie stosowanym w ćwiczeniu (rys.1) fala ultradźwiękowa, o częstotliwości rzędu kilku MHz, jest wytwarzana przez przetwornik i propaguje się w cieczy, a po odbiciu od talerzyka wytwarza się fala stojąca (inaczej można ją opisać jako dwie fale bieżące biegnące naprzeciw siebie). W efekcie powoduje to periodyczną zmianę gęstości cieczy. Ponieważ współczynnik załamania dla światła jest proporcjonalny do gęstości cieczy, otrzymujemy strukturę periodyczną, w której w jednym z wymiarów (wzdłuż kierunku propagacji fali ultradźwiękowej), współczynnik załamania zmienia się periodycznie.

Można to opisać następująco :

Jeżeli ultradźwiękowa fala bieżąca jest falą płaską, o długości fali  $\Lambda$ , i wektorze falowym  $K=2\pi/\Lambda$  równoległym do osi  $y$ , oraz częstotliwości kołowej  $\Omega=2\pi f$ , to rozkład współczynnika załamania określa się wzorem:

$$n(y,t) = n_0 + \Delta n \cdot \cos(\Omega \cdot t - K \cdot y) \quad (1)$$

przy czym

$$\Delta n = \theta \cdot \sqrt{\frac{P_a}{\pi \cdot R^2}} \quad (2)$$

gdzie:

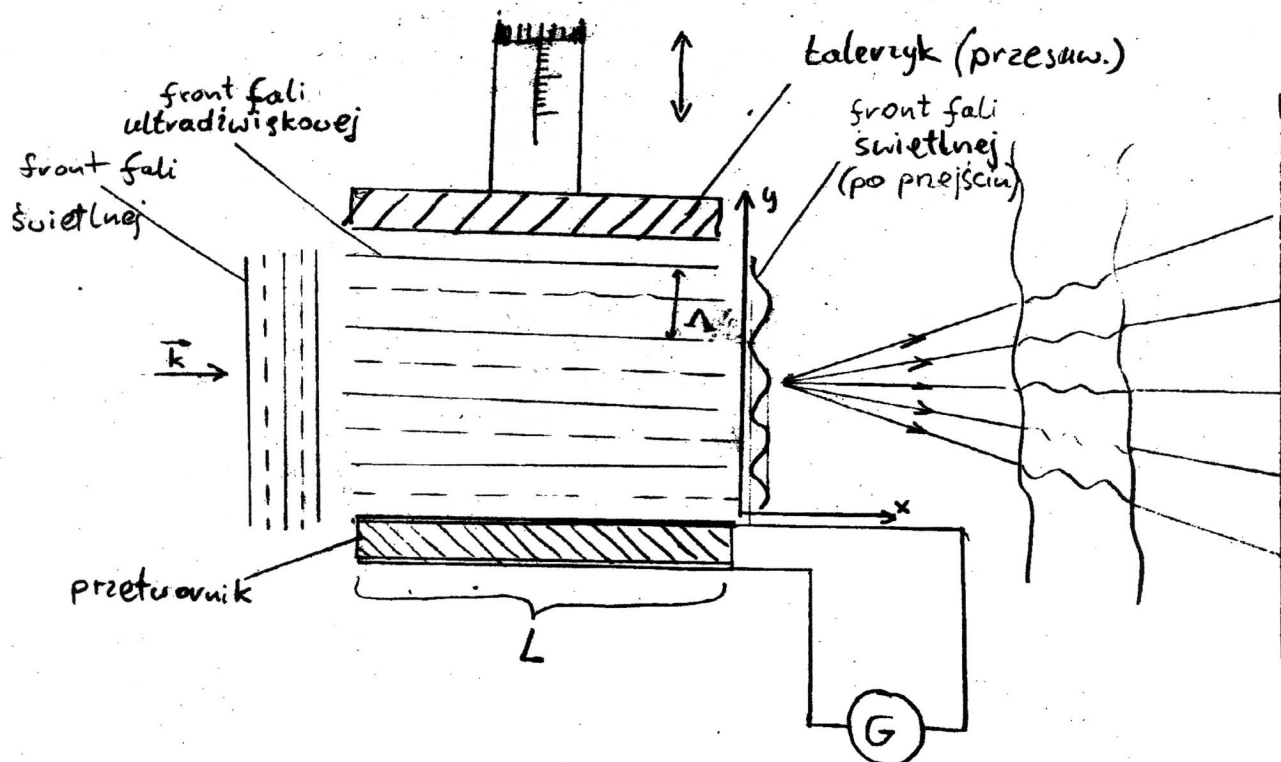
- $\theta$  - pewna stała zależna od parametrów materiałowych
- $P_a$  - moc fali ultradźwiękowej w cieczy [W] ;
- $R$  - promień przetwornika
- $n_0$  - współczynnik załamania cieczy bez zaburzeń,

## .2 Dyfrakcja Ramana-Natha

Niech fala ultradźwiękowa rozchodzi się wzdłuż osi  $Y$  w kuwecie (rys.1). W kierunku osi  $X$  przez ciecz rozchodzi się fala świetlna ulegająca dyfrakcji na siatce akustycznej. Ponieważ prędkość światła jest znacznie większa od prędkości rozchodzenia się fali dźwiękowej, siatkę akustyczną możemy traktować

jako nieruchomą dla światła. Różnice współczynnika załamania  $\Delta n$  są bardzo małe; dlatego można przyjąć założenie, że promienie świetlne przy przejściu przez kweotę nie ulegają odchyleniu. Przy niedużych amplitudach fali dźwiękowej współczynnik załamania zmienia się w sposób następujący:

Niech faza fali świetlnej na przedniej ścianie kweoty będzie stała  $\Phi_0$  (płaski front fali padającej). Wtedy na ścianie tylnej (dla  $x=0$ ) faza będzie równa:



rys. 1

$$\Phi = k \cdot n \cdot d + \Phi_0 = \Phi_1 \cdot (1 + a \cdot \cos(K \cdot x)) + \Phi_0 \quad (2)$$

$$\Phi_1 = k \cdot n_0 \cdot d$$

gdzie

$$a = \frac{\Delta n}{n_0}$$

gdzie  $d$  - grubość słupa wodnego w kweocie,  $k$  - moduł wektora falowego dla światła.

A więc w płaszczyźnie  $x=0$  faza fali świetlnej zmienia się okresowo w kierunku osi  $y$ . Można więc stwierdzić, że fala ultradźwiękowa w cieczy tworzy fazową siatkę dyfrakcyjną.

Front przechodzącej przez kweotę fali świetlnej, czyli powierzchnia stałej fazy jest określona następującą zależnością:

$$x(y) = \Phi(y) / k$$

Innymi słowy front płaskiej fali świetlnej po przejściu przez ciecz będzie „pofalowany”.

Powyższy opis jest słuszny w przypadku, gdy  $\Lambda$  jest dostatecznie duże w porównaniu do długości fali świetlnej, tak aby można było zaniedbać dyfrakcję światła wewnątrz przetwornika.

Taki mod (sposób) oddziaływania siatki ze światłem jest nazywany **dyfrakcja Ramana-Natha**. W celu obliczenia długości fali ultradźwiękowej stosować tutaj można wzór dla dyfrakcyjnej siatki amplitudowej (Dodatek A).

### 1.3. Dyfrakcja Bragga

Mechanizm odbicia fali rentgenowskiego promieniowania od warstw atomów znany z badań struktury kryształów może być także zastosowany do opisu odbicia fal świetlnych od zaburzeń wywołanych przez falę akustyczną w cieczy.

Zjawisko odbicia fali świetlnej na granicy dwóch ośrodków jest znane każdemu kto się przeglądał w szybie, albo obserwował odbicie słońca w wodzie. To samo zjawisko może zajść także na granicy między rzadszym i gęstszym ośrodkiem, z jakimi mamy do czynienia w cieczy przez którą przechodzi fala akustyczna.

Fala padająca na taki ośrodek jest odbijana w sposób „rezonansowy”, tzn. fale odbite od poszczególnych warstw są wzmacniane tylko wtedy, kiedy spełniony jest **warunek Bragga**:

$$2 \cdot \Lambda \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$$

gdzie:

$m$  jest rzędem odbicia braggowskiego  
 $\Lambda, \lambda$  są to długości fal ultradźwiękowej i świetlnej  
 $\alpha$  jest kątem jaki tworzy wektor fali świetlnej z frontem fali ultradźwiękowej. Fala odbita jest zatem odchylona o  $2\alpha$  od fali padającej.

W dodatku B. jest przedstawione wyprowadzenie warunku Bragga.

### 1.4 Rozgraniczenie zakresów występowania dyfrakcji Ramana-Natha i Bragga

Jak wyżej powiedziano dyfrakcja Ramana-Natha występuje, kiedy można zaniedbać efekty dyfrakcyjne fali świetlnej wewnątrz siatki (fali ultradźwiękowej).

Dla coraz to mniejszych długości fali ultradźwiękowej należy oczekiwać, że rodzaj dyfrakcji się zmieni i od pewnego momentu układ będzie można opisać jako braggowski. Sytuację tę można rozstrzygnąć z pomocą **parametru Kleina-Coke'a** :

$$Q = \frac{K^2 \cdot L}{k \cdot \cos \alpha}$$

gdzie  $K = \frac{2 \cdot \Pi}{\Lambda}$ ;  $k = \frac{2 \cdot \Pi}{\lambda}$  wektory falowe fal: ultradźwiękowej i świetlnej  
 $L$ , długość węzła (oddziaływania fal)

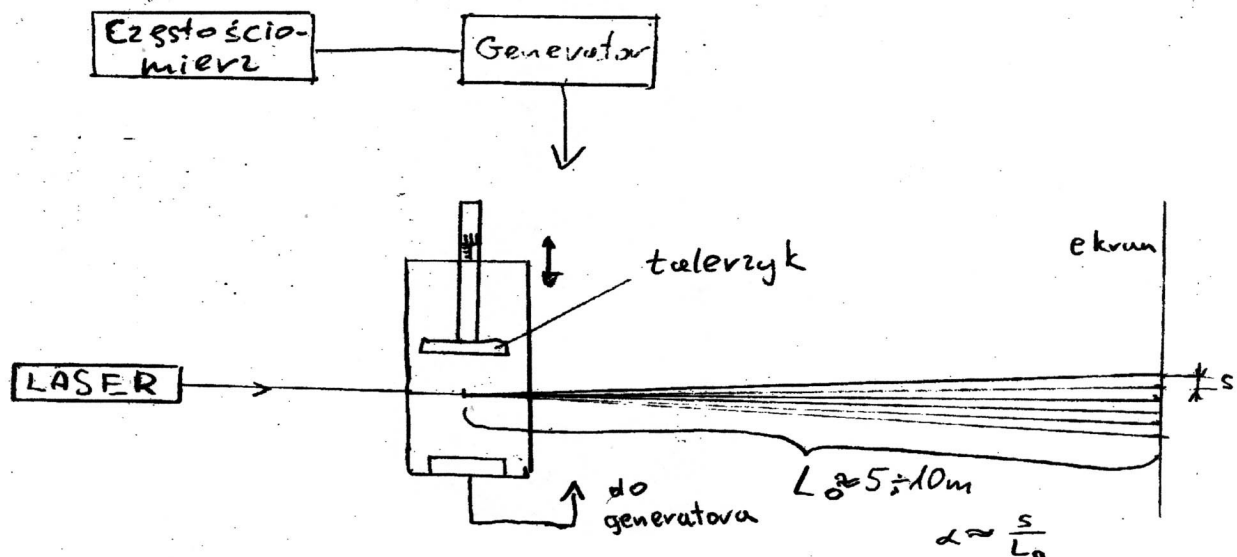
Jeżeli  $Q \ll 1$  mamy do czynienia z dyfrakcją Ramana-Natha

Jeżeli  $Q \gg 1$  mamy do czynienia z dyfrakcją braggowską

W dodatku B przedstawione jest pół-jakościowe wyprowadzenie powyższego warunku.

## 2. Wykonanie ćwiczenia

### 2.1 Ustawienie układu eksperymentalnego (rys.2)



rys. 2

2

Uzyskanie dyfrakcji na siatce fazowej-fali akustycznej; kąt padania  $\Theta=0$ , częstotliwość regulowana w zakresie od ok. 1.8 MHz do 4 MHz

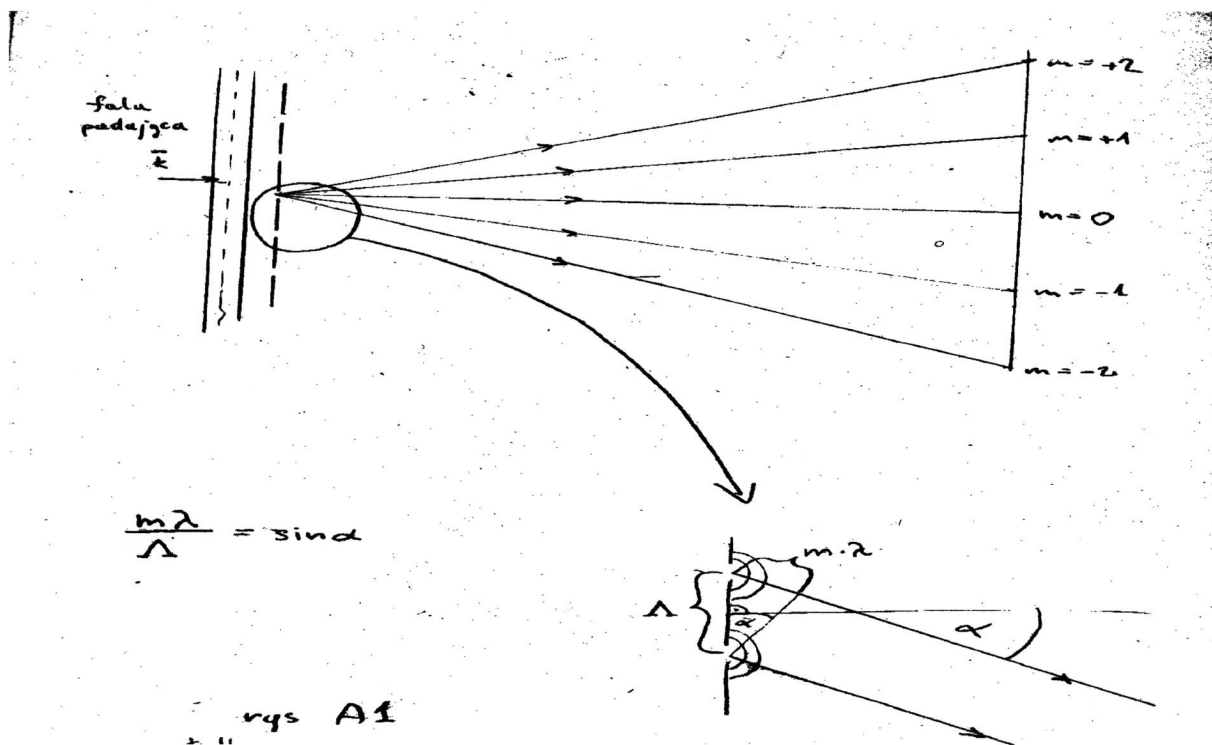
Przebieg eksperymentu i opracowania :

- A. dla różnych częstotliwości wyznaczyć długość fali na podstawie wzoru dla siatki dyfrakcyjnej i jednocześnie wyznaczyć tę wartość za pomocą zmiany długości wnęki rezonansowej dla fal ultradźwiękowych (regulacja śrubą mikrometryczną - obserwacja zmian periodycznych w obrazie ugiętym) Należy zwrócić uwagę na uzyskanie maksymalnej dokładności pomiarów. Z porównania obu wielkości i oszacowania błędu należy ocenić czy eksperyment jest udany (czy długości zmierzone dwiema metodami są równe w granicach błędu).
- B. Na podstawie powyższych pomiarów znaleźć krzywą dyspersji (zależność prędkości fazowej fali ultradźwiękowej od częstotliwości). Otrzymana zależność należy porównać z tablicami
- C. Obliczyć parametr Kleina-Cooke'a i ocenić rodzaj dyfrakcji występujący w eksperymencie

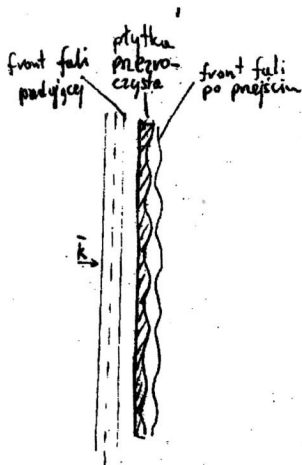
## Dodatek

### A. Siatka amplitudowa i siatka fazowa

Znana jest sytuacja kiedy świetlna fala padająca na periodyczną przeszkodę ulega dyfrakcji rozszczepiając się na szereg fal (rzędów ugięcia). Jest to tak zwana **dyfrakcyjna siatka amplitudowa** (amplitudowa - ponieważ następuje zasłonięcie pewnych fragmentów frontu fali, czyli zmiana amplitudy).



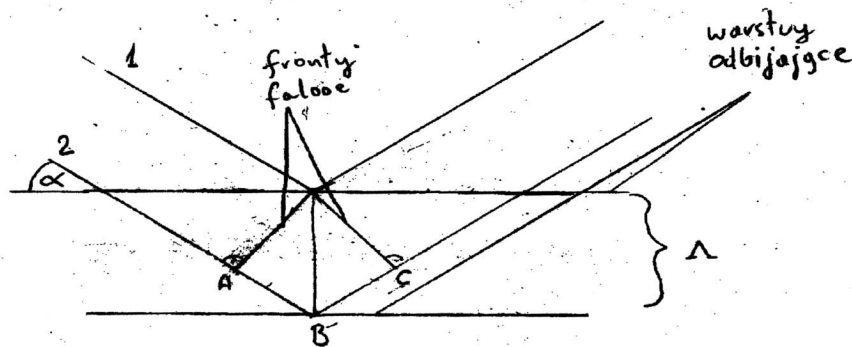
Na rys. A1 jest schematycznie przedstawiony bieg fali i jej ugięcie (dyfrakcja w jednym z rzędów ugięcia). Fala płaska padając na siatkę dyfrakcyjną po jej przejściu tworzy zgodnie z zasadą **Huygensa** (każdy punkt czoła fali jest źródłem nowej fali kulistej) nowe pole falowe które jest sumą fal płaskich propagujących się pod pewnymi kątami, dla których są spełnione warunki wzmocnienia się wszystkich fal kulistych wychodzących ze wszystkich szczelin siatki dyfrakcyjnej. Ważne jest tutaj założenie, że obserwacja ta jest wykonywana w bardzo dużej odległości w porównaniu do rozmiarów oświetlonego obszaru siatki. Fale płaskie są wtedy obserwowane w przybliżeniu jako punkty na ekranie (inaczej mówiąc promienie wychodzące ze wszystkich szczelin w kierunku danej ugiętej fali są równoległe). W pozostałych kierunkach cząstkowe fale Huygensa wygaszają się wzajemnie).



rys A2

Na rys. A2 jest przedstawiona inna sytuacja kiedy fala płaska pada na płytke przezroczystą o zmiennej grubości (lub zmiennym współczynniku załamania), przy czym zmiany grubości są periodyczne jak poprzednio. Nazywamy taki obiekt **dyfrakcyjną siatką fazową**. Front fali po przejściu tej płytki jest zaburzony: w miejscach gdzie płytka jest grubsza jest opóźniony względem obszarów gdzie jest płytka cieńsza. Trzeba tutaj podkreślić, że zasada Huygensa pozwala zrozumieć (i obliczyć) propagację frontu fali. Jeżeli front taki ma kształt kulisty lub płaski, to (jeżeli pominiemy efekty dyfrakcyjne) otrzymujemy podobny front (co najwyżej o innym promieniu krzywizny) w innym miejscu. Zaburzenie go dyfrakcyjną siatką fazową o tym samym okresie jak w uprzednio opisanej siatce amplitudowej daje wiązki ugięte, wzmacniające się w tych samych kierunkach jak uprzednio. Ich amplitudy są natomiast różne, aniżeli w poprzednim przypadku, a ich obliczanie wymaga zastosowania tzw. całek dyfrakcyjnych.

### B. Warunek Bragga.



rys B1

Rozważmy dwa promienie 1 i 2 (rys B1). Promień 1 odbija się od warstwy I, a promień 2 od warstwy II. Jeżeli ma być spełniony warunek Bragga, oznacza to, że oba promienie muszą być w fazie po odbiciu (jest to konieczne aby się dodawały). Wynika z tego, że różnica ich dróg (suma odcinków AB i BC) musi być wielokrotnością długości fali padającej.

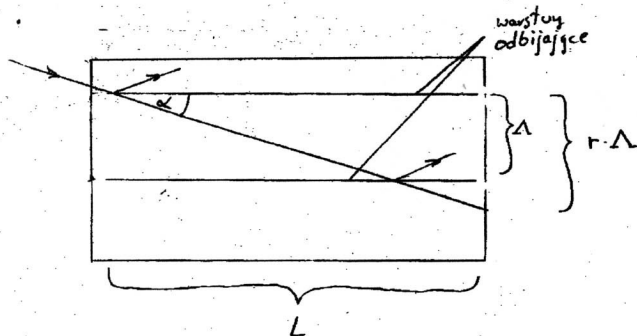
Mamy więc

$$AB + BC = 2 \cdot AB = 2 \cdot \lambda \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$$

Powyższy, bardzo prosty warunek odbicia jest nazywany **warunkiem Bragga** (lub Braggów)

Powyższy warunek jest wyprowadzony w bardzo prostej sytuacji geometrycznej, dogodnej dla obliczeń. Niemniej jednak obowiązuje on dla dowolnych promieni równoległych odbijających się od płaszczyzn niekoniecznie sąsiadujących, a w szczególności dla pojedynczego padającego promienia, który ulega odbiciu od dwóch sąsiednich warstw, co ma zastosowanie w następnym punkcie. PT Studenci proszeni są o matematyczne wyprowadzenie warunku Bragga w takiej sytuacji.

### C. Parametr Kleina-Cooke'a. Wyprowadzenie pół-jakościowe



rys B2

Na rys. B2 mamy przedstawioną sytuację kiedy promień światła wchodzi do komórki ultradźwiękowej i odbija się tylko od dwóch warstw. Jest to oczywiście warunek minimalny, aby w ogóle można było mówić o opisie dyfrakcji jako braggowskiej; fala (reprezentowana tutaj przez promień światła) musi odbić się co najmniej od dwóch warstw granicznych zagęszczenie-rozrzedzenie zanim wyjdzie z komórki.

Z powyższych rozważań otrzymujemy dwa warunki:

Warunek Bragga:

$$2 \cdot \Delta \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$$

Warunek na długość wnęki L

$$\frac{r \cdot \Delta}{L} = \operatorname{tg}(\alpha)$$

gdzie  $2 \cdot \Pi \cdot r$  jest zmianą fazy fali ultradźwiękowej na drodze fali świetlnej podczas przechodzenia przez obszar oddziaływania

jeżeli teraz obliczymy wielkość r korzystając z dwóch powyższych zależności to otrzymamy :

$$r = \frac{m}{4 \cdot \Pi} \cdot \frac{K^2 \cdot L}{k \cdot \cos(\alpha)}$$

gdzie k, K zdefiniowane są w p. 1.4

Ostatecznie parametr Kleina-Coke'a



$$Q = \frac{K^2 \cdot L}{k \cdot \cos \alpha} = \frac{2}{m} \cdot 2 \cdot \Pi \cdot r$$

Widać, że dla przypadku  $r=1$  ,  $m=1$  ,  $Q \approx 12.5$  .

Trzeba tutaj pokreślić, że powyższe rozważania oparte o pojęcie promienia (a więc optyki geometrycznej) nie dają dokładnej wartości liczbowej i mają tylko Zilustrować genezę wyrażenia na parametr Kleina-Coke'a. Dokładna wartość  $Q$  powinna być obliczona z pomocą równań optyki falowej.