

ZADANIE 20

BADANIE DRGAŃ STRUNY

Cel ćwiczenia

Pobudzany do drgań poprzecznych cienki drut stalowy zamocowany w dwóch punktach dostarcza modelowego układu rządzonego klasycznym równaniem falowym. Model ten wyznacza częstość drgania podstawowego i wyższych harmonicznych, jak również zależność częstości tych drgań od długości drutu i od siły napinającej drut. Celem ćwiczenia jest sprawdzenie słuszności tych modelowych związków.

Masz do dyspozycji:

- generator RC;
- oscyloskop;
- wzmacniacz;
- łąwę z miarką oraz drutem z szalką zamocowaną na jednym z jego końców; masa szalki w zestawie „a” wynosi 756 g, a w zestawie „b” – 750 g;
- układ pobudzający drut do drgań;
- układ rejestrujący drgania drutu;
- odważniki;
- śrubę mikrometryczną.

Wykonanie zadania

Struna, w postaci drutu, pobudzana jest do drgań elektromagnesem z namagnesowanym rdzeniem podłączonym do generatora RC o regulowanej częstotliwości. Efekt rezonansu jest rejestrowany za pomocą drugiego identycznego elektromagnesu, który przez wzmacniacz jest podłączony na wejście oscyloskopu.

- Śrubą mikrometryczną wykonaj pomiary średnicy drutu w różnych miejscach.
- Przy maksymalnej długości drutu i naciągu 5 kG zmierz częstości kolejnych, przynajmniej pięciu, drgań własnych (drgania podstawowego i wyższych harmonicznych).
- Zmierz częstość podstawowego drgania drutu dla przynajmniej pięciu długości struny przy ustalonym naciągu 5 kG. **UWAGA! Ze względu na możliwość zerwania struny, nie przesuwaj konika bliżej niż 10 cm od miejsca umocowania struny.**
- Przy maksymalnej długości drutu zmierz częstości drgania podstawowego dla przynajmniej pięciu obciążeń odważnikami w zakresie mas od 1 kg do 5 kg.

Literatura

- F.C. Crawford, *Fale*, PWN, Warszawa 1972;
- D. Halliday, R. Resnick i J. Walker, *Podstawy fizyki*, t. 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003;
- H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna wspomagana komputerem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, szereg wydań w latach 2003 ÷ 2012;
- A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013.

ZADANIE 20

BADANIE DRGAŃ STRUNY

Cel ćwiczenia

Pobudzany do drgań poprzecznych cienki drut stalowy zamocowany w dwóch punktach dostarcza modelowego układu rządzonego klasycznym równaniem falowym. Model ten wyznacza częstość drgania podstawowego i wyższych harmonicznych, jak również zależność częstości tych drgań od długości drutu i od siły napinającej drut. Celem ćwiczenia jest sprawdzenie słuszności tych modelowych związków.

Wprowadzenie

Szereg dynamicznych zjawisk fizycznych opisuje się tzw. **klasycznym równaniem falowym**, czyli liniowym, cząstkowym równaniem różniczkowym drugiego rzędu:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2},$$

gdzie wielkość $\psi(x,y,z,t)$ to np. natężenie pola elektrycznego bądź magnetycznego w fali elektromagnetycznej, ciśnienie powietrza w fali głosowej lub przesunięcie w pobudzonym do drgań ośrodku ciągłym, przy czym wszystkie te wielkości obserwujemy w punkcie przestrzeni określonym współrzędnymi x , y i z i w chwili czasu t . Sens wielkości v wyjaśnimy niżej.

Jeśli rozciągniemy strunę wzdłuż wybranego kierunku w przestrzeni, który utożsamimy z osią X i rozważymy jej wychylenia poprzeczne wzdłuż osi, którą wybierzemy jako oś Y , to falę ψ będzie reprezentować wychylenie $y(x,t)$ od położenia równowagi i wychylenie to w punkcie o współrzędnej x w chwili czasu t jest rządzone jednowymiarowym równaniem falowym:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Sens parametru v występującego w równaniu falowym omówimy poniżej, a tu powiemy tylko, że zdefiniowany jest on własnościami ośrodka, w którym propaguje się fala. W przypadku struny o polu S przekroju poprzecznego, wykonanej z materiału o gęstości masy ρ i napiętej z siłą F , wynosi on:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho S}}.$$

Rozważmy, czy równanie falowe dopuszcza rozwiązania w postaci **fali harmonicznej**, czyli fali postaci:

$$y(x,t) = Ae^{i(kx - \omega t)},$$

gdzie

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad (2)$$

przy czym wielkość k zwana jest **liczbą falową**, ω **częstością kołową** fali, a wyrażenie $kx - \omega t$ **fazą** fali. Wielkość λ to długość fali, T jej okres i obie wielkości ukazują ściśle okresowy charakter zmienności wychylenia y w czasie i przestrzeni. Wspomnimy też, że obok częstości kołowej ω , mierzonej w radianach na sekundę, do opisu zmienności w czasie stosowana jest też odwrotność okresu, czyli częstość $\nu = 1/T$ (bez dodatkowego przymiotnika) mierzona w Hertzach (Hz). Oczywiście, równie dobrze w definicji fali harmonicznej możemy wykorzystać funkcję *sinus* lub *cosinus*, a odwołanie się do funkcji wykładniczej od czysto urojonego argumentu to tylko i wyłącznie kwestia wygody. Podstawiając harmoniczną postać fali do równania znajdujemy, że jest ona jego rozwiązaniem, wszakże pod warunkiem, że częstość i liczba falowa związane są ze sobą relacją: $\omega^2 = v^2 k^2$, zwaną **związkiem dyspersyjnym**. Ponieważ dla częstości mamy dwa rozwiązania: $\omega = \pm vk$, możemy więc utworzyć dwa rozwiązania równania falowego:

$$y(x,t) = Ae^{ik(x-vt)},$$

oraz:

$$y(x, t) = B e^{ik(x+vt)}.$$

Zauważmy także, że równanie falowe jest liniowe, więc jeśli dysponujemy rozwiązaniem o liczbie falowej k_1 i częstotliwości $\omega_1 = vk_1$ oraz rozwiązaniem o liczbie falowej k_2 i częstotliwości $\omega_2 = vk_2$, to suma tych rozwiązań także będzie rozwiązaniem równania falowego. Stąd wnioskujemy, że możemy utworzyć ogólne rozwiązanie postaci:

$$y(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(k) e^{ik(x-vt)} dk + \int_{-\infty}^{\infty} B(k) e^{ik(x+vt)} dk = f(x-vt) + g(x+vt), \quad (3)$$

gdzie $A(k)$ oraz $B(k)$, lub alternatywnie f oraz g , to dowolne funkcje, których postać wyznaczamy z **warunków początkowych**:

$$y(x, t = t_0) = y_0(x) \quad \text{oraz} \quad \left. \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right|_{t=t_0} = v_0(x) \quad (4)$$

ustalających kształt $y_0(x)$ struny i prędkość $v_0(x)$ wszystkich jej punktów w wybranej chwili początkowej t_0 . Przedstawione tu podejście, wiodące do rozwiązania (3) spełnia swoje zadanie dla struny nieskończonej. W przypadku struny o skończonych rozmiarach, a nawet struny półnieskończonej, obok warunków początkowych do jednoznacznego wyrażenia jej ruchu potrzebne także warunki brzegowe, zadające wartość wychylenia y w pewnych wybranych punktach. Problemem tym zajmiemy się w dalszej części.

Przyjrzyjmy się teraz wielkości v występującej w równaniu. Jeśli wyobrazimy sobie, że np. funkcja f w pewnej chwili czasu t_0 osiąga maksimum w punkcie określonym współrzędną x_0 , przy czym wartość argumentu funkcji wynosi $\xi_0 = x_0 - vt_0$, to po czasie Δt tę samą wartość ξ_0 argumentu, a więc i maksimum funkcji, znajdziemy w punkcie o współrzędnej $x_0 + v\Delta t$, a więc maksimum to przesunie się w kierunku dodatnim osi X z prędkością v , którą nazywamy **prędkością fali**. Rozumując podobnie stwierdzamy, że funkcja g opisuje propagację fali z tą samą prędkością v w kierunku przeciwnym. Ponieważ prędkość v opisuje propagację płaszczyzny stałej wartości fazy $kx \pm \omega t$, więc nazywamy ją prędkością fazową i, jak pokazaliśmy, definiujemy związkami:

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \pm v.$$

Zauważmy, że kształt $y(x, t)$ fali nie ulega zmianie w trakcie jej wędrówki – raz uformowany profil w chwili początkowej, np. w postaci garbu, propaguje się niezmienny przez wieczność. Jest to rezultat specyficznej postaci związku dyspersyjnego $\omega^2 = v^2 k^2$, jaki łączy liczbę falową z częstotliwością. Konsekwencją tej relacji jest identyczna wartość prędkości fazowej dla każdej fali harmonicznej, więc raz uformowany kształt (3) utrzymywany jest w trakcie propagacji fali bez zniekształcenia.

Przejdźmy teraz do propagacji fali na strunie o skończonej długości. Rozwiązanie równania falowego znajdujemy tzw. metodą Fouriera, postulującą funkcję $y(x, t)$ w formie iloczynu dwóch nieznanymi funkcji: $y(x, t) = f(t)g(x)$, z których jedna zależy jedynie od czasu, a druga tylko od położenia. Taką specyficzną postać rozwiązań nazywamy **falą stojącą**. Podstawiając do równania falowego znajdujemy:

$$\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} g = f \frac{\partial^2 g}{\partial x^2},$$

a po podzieleniu stronami przez iloczyn fg , otrzymujemy:

$$\frac{1}{v^2 f} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2}.$$

Ponieważ lewa strona tego równania zależy jedynie od czasu t , a prawa od współrzędnej x , więc wspólna wartość może być jedynie liczbą κ niezależną od czasu i przestrzeni:

$$\frac{1}{v^2 f} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = \kappa,$$

co prowadzi do dwóch zwyczajnych równań różniczkowych:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = wf, \quad \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = \kappa g, \quad w = v^2 \kappa.$$

Widzimy, że otrzymane równanie zależności czasowej jest równaniem oscylatora harmonicznego, jeśli liczba κ jest mniejsza od zera lub równaniem, którego rozwiązania zachowują się wykładniczo, jeśli liczba ta jest dodatnia. Ta druga możliwość jest nie do utrzymania z fizycznego punktu widzenia, gdyż sankcjonuje narastającą w czasie wykładniczo amplitudę drgań, dla czego w warunkach postawionego zadania trudno znaleźć uzasadnienie. Z tego też powodu przyjmujemy, że nieznaną stałą jest ujemna, co zapiszemy jako $\kappa = -k^2$ i otrzymamy dwa równania:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = -\omega^2 f, \quad \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} = -k^2 g, \quad \omega^2 = v^2 k^2,$$

wiodące do rozwiązania:

$$y(x, t) = (A \cos \omega t + B \sin \omega t)(C \cos kx + D \sin kx). \quad (5)$$

Gdy struna ma długość L i zamocowana jest na obu końcach, to punkty o współrzędnych $x = 0$ oraz $x = L$ muszą pozostawać nieruchome w każdej chwili czasu, a tym samym rozwiązanie (5) musi, w każdej chwili czasu, spełniać **warunki brzegowe**:

$$y(x = 0, t) = 0, \quad y(x = L, t) = 0,$$

co prowadzi do równań:

$$C = 0, \quad D \sin kL = 0.$$

Pierwsze z równań usuwa wyraz z funkcją *cosinus* z rozwiązania (5), drugie zaś prowadzi do wniosku, że albo współczynnik $D = 0$, czego nie możemy zaakceptować, gdyż wtedy nie mamy w ogóle drgań, lub też nieznaną liczbą k , którą nazwiemy liczbą falową, może przyjmować jedynie wartości:

$$k_n = n \frac{\pi}{L} = nk_0, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (6)$$

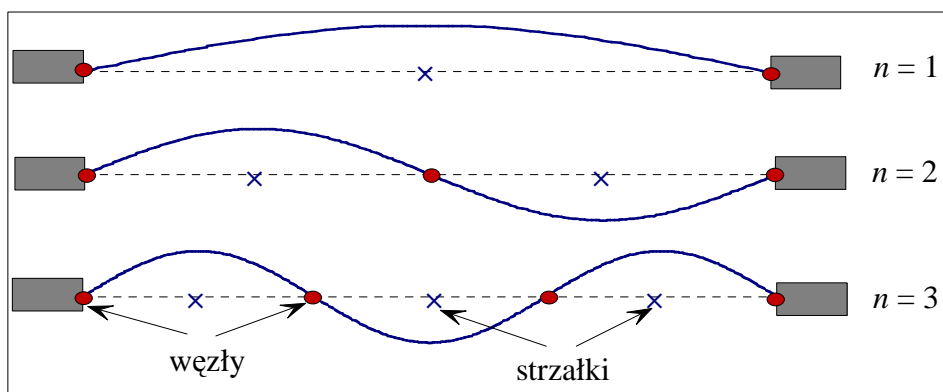
a skoro $\omega^2 = v^2 k^2$, więc również i częstotści drgań stają się dyskretne:

$$\omega_n = vk_n = n\omega_0, \quad \omega_0 = vk_0. \quad (7)$$

Z warunku (6) wnosimy, że i długość fali przyjmuje wartości dyskretne:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

a więc struna drga tak, że jej długość stanowi wielokrotność połowy długości fali, jak ukazuje to Rysunek 1. Drganie opisane wartością $n = 1$ nazywamy podstawowym.



Rys. 1. Trzy pierwsze mody drgań struny.

Korzystając z powyższych wyników, szczególnie rozwiązania równania falowego możemy przedstawić (wchłaniając współczynnik D do współczynników A i B) jako:

$$y_n(x, t) = (A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t) \sin k_n x. \quad (8)$$

O rozwiązaniu tym mówimy, że przedstawia sobą **drżania własne** struny o skończonej długości i zamocowanej na obu końcach. Drgania takie nazywamy także **modami** własnych struny. Z postaci

tej wynika, że na strunie istnieją punkty $x_m = m\pi/k_n = mL/n$, $m = 0, 1, 2, \dots, n$, zwane **węzłami**, które są zawsze w spoczynku, podczas gdy wszystkie pozostałe punkty drgają harmonicznym z częstości ω_n , jedną z nieskończonej liczby **częstości własnych** struny. Współrzędne $x_m = (m - 1/2)L/n$, $m = 1, 2, \dots, n$, punktów, które drgają z maksymalną amplitudą, nazywamy **strzałkami**.

Przekształćmy jeszcze rozwiązanie (8) do postaci:

$$\begin{aligned} y_n(x, t) &= (A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t) \sin k_n x = \sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \omega_n t + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \omega_n t \right) \sin k_n x \\ &= \sqrt{A^2 + B^2} (\cos \varphi \cos \omega_n t + \sin \varphi \sin \omega_n t) \sin k_n x = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega_n t - \varphi) \sin k_n x \\ &= \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{2} (\sin(k_n x + (\omega_n t - \varphi)) + \sin(k_n x - (\omega_n t - \varphi))), \end{aligned}$$

w której to postaci widzimy, że każde z drgań własnych struny jest złożone z dwóch fal o identycznych amplitudach i biegnących w przeciwnych kierunkach. Jak widzimy, złożenie takich dwóch fal, prowadzące do tworzenia się węzłów i strzałek, przedstawia falę stojącą.

Ponieważ równanie falowe jest liniowe, więc spełnione jest ono także przez kombinację liniową rozwiązań. Dlatego ogólne rozwiązanie znajdziemy jako sumę rozwiązań (8) z różnymi wartościami wektora falowego i częstości, a także z różnymi współczynnikami A oraz B :

$$y(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos \omega_n t + B_n \sin \omega_n t) \sin k_n x, \quad (9)$$

w którym stałe A_n oraz B_n wyznaczone są przez warunki początkowe (4). Zauważmy, że rozwiązanie to nie jest już harmoniczne, ale jest ciągle periodyczne w czasie. Mówimy, że ogólna postać drgań struny to superpozycja, w postaci szeregu Fouriera, jej drgań własnych lub też superpozycja fal stojących.

Gdy w ustalonym punkcie x_0 pobudzamy strunę siłą harmoniczną $Q(t) = Q_0 \sin \omega t$, to do rozwiązanie swobodnego (9) należy dodać wymuszony ruch

$$y_Q(x, t) = A \begin{cases} \frac{\sin(k(L - x_0))}{\sin kL} \sin kx \sin \omega t, & 0 \leq x \leq x_0, \\ \frac{\sin kx_0}{\sin kL} \sin(k(L - x)) \sin \omega t, & x_0 \leq x \leq L, \end{cases} \quad k = \frac{\omega}{v}, \quad (10)$$

gdzie stała A zależy od amplitudy Q_0 siły wymuszającej. Należy mieć świadomość, że powyższy opis, zarówno w odniesieniu do drgań swobodnych jak i wymuszonych, to obraz wyidealizowanego modelu. W każdym doświadczeniu prowadzonym w realnych warunkach występuje rozproszenie energii pierwotnie zmagazynowanej w strunie i zanik drgań swobodnych, a zachowane są jedynie, dzięki stałemu dopływowi energii dostarczanej przez siłę zewnętrzną, drgania wymuszone (10), które nazywamy **rozwiązaniem stacjonarnym**. Z rozwiązania tego w szczególności wynika, że gdy częstość ω siły wymuszającej jest równa jednej z częstości własnych ω_n struny, to mianownik $\sin k_n L$ znika. W ramach rozpatrywanego modelu interpretujemy to jako brak rozwiązań stacjonarnych. Możemy oczekiwać, że w rzeczywistości dyssypacja energii usuwa tę osobliwość, choć dalej prowadzi do pojawienia się wzrostu amplitudy drgań, ukazującego zjawisko **rezonansu** (winniśmy jednak mieć na uwadze fakt, że w warunkach silnego rezonansu wychylenia struny mogą być na tyle duże, że zawodzą przybliżenia stosowane przy wyprowadzaniu równania falowego). Spodziewamy się, że rezonans taki objawi się najsilniej wtedy, gdy punkt x_0 przyłożenia siły znajdzie się w położeniu strzałki drgania własnego, jako że wtedy zarówno funkcja $\sin k_n x_0$ jak i funkcja $\sin(k_n(L - x_0))$ w liczniku amplitudy fali stojącej osiąga, co do wartości bezwzględnej, wartość maksymalną. Gdybyśmy mieli pecha i siłę wymuszającą o częstości ω_n przyłożyli do punktu, który jest węzłem drgania własnego o tejże częstości ω_n , to drgań nie spowodujemy.

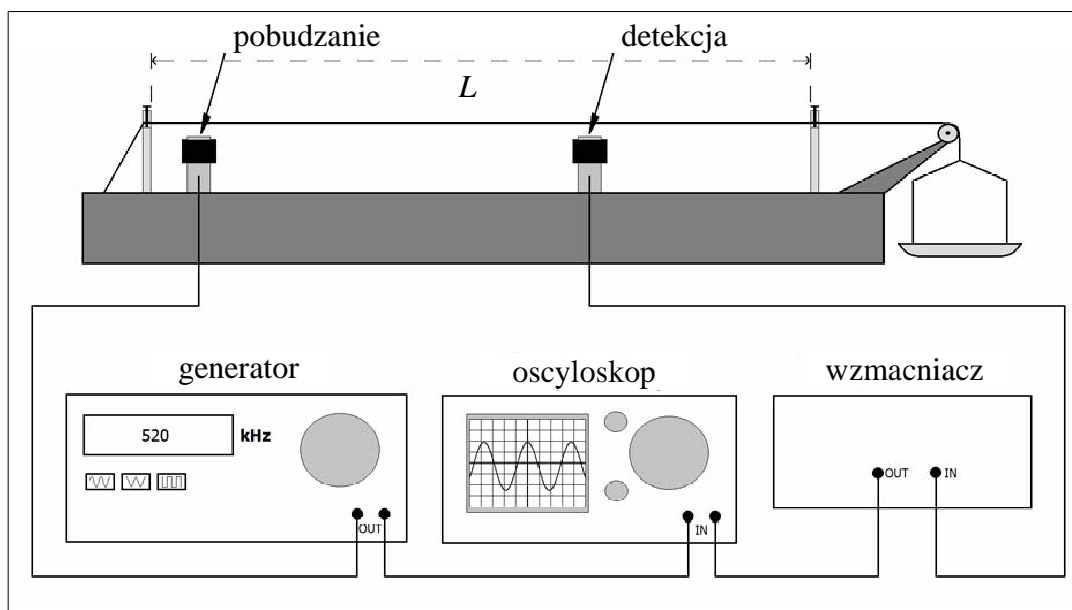
Masz do dyspozycji

- generator RC;
- oscyloskop;

- wzmacniacz;
- ławę z miarką oraz drutem z szalką zamocowaną na jednym z jego końców; masa szalki w zestawie „a” wynosi 756 g, a w zestawie „b” 750 g;
- układ pobudzający drut do drgań;
- układ rejestrujący drgania drutu;
- odważniki;
- śrubę mikrometryczną.

Układ pomiarowy

Schemat aparatury przedstawia Rysunek 2. Zestaw pomiarowy składa się ze stalowego drutu umocowanego na ławie oraz elektromagnesu zasilanego z generatora RC o regulowanej częstotliwości, który pobudza drut do drgań. Do rejestracji drgań służy przetwornik, czyli drugi elektromagnes, z którego sygnał podawany jest na wzmacniacz, a następnie na wejście oscyloskopu. Naciąg drutu regulowany jest za pomocą odważników umieszczanych na szalce, a do pomiaru średnicy drutu użyj śruby mikrometrycznej.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego

Wykonanie ćwiczenia

Przed przystąpieniem do pomiarów, zastanów się, w jaki sposób wyznacysz niepewność pomiaru częstotliwości drgań własnych.

Uwaga!!! Ze względu na możliwość zerwania struny nigdy nie przesuwaj elektromagnesu pobudzającego i przetwornika bliżej niż 10 cm od miejsca umocowania struny, a obciążając szalkę nie przekraczaj wartości 5 kG.

Szczegółowy cel ćwiczenia polega na sprawdzeniu słuszności relacji

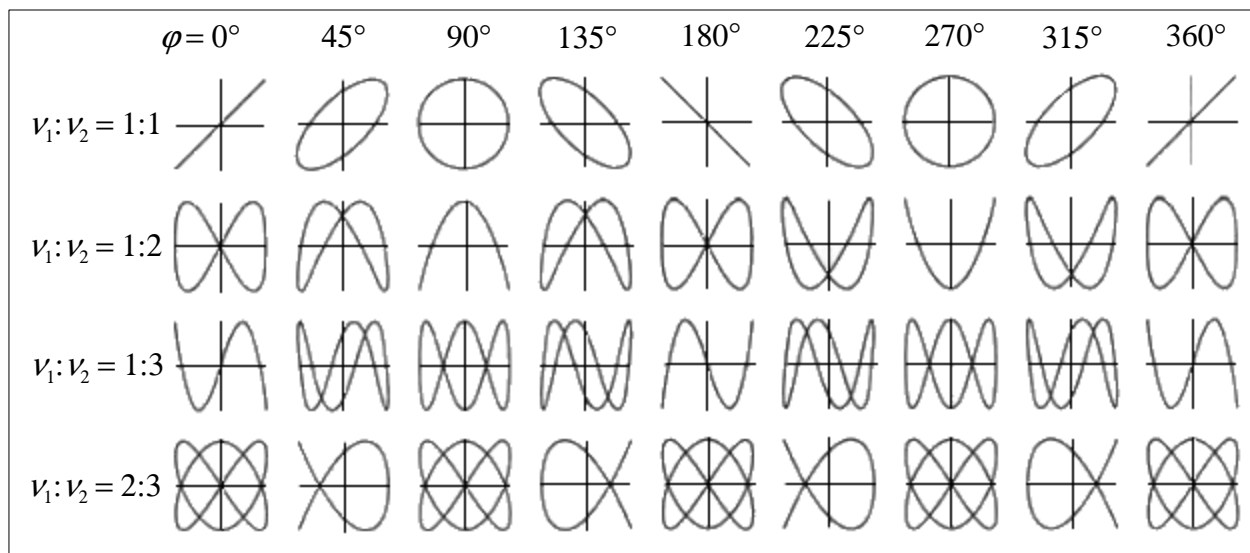
$$v_n = \frac{n}{2L} v = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{F}{\rho S}}$$

wynikającej z definicji (2) oraz wzorów (6) i (7), jak również wyznaczenie prędkości v fali oraz gęstości ρ drutu, dlatego też:

- śrubą mikrometryczną wykonaj pomiary średnicy drutu w różnych miejscach;
- przy maksymalnej długości drutu i obciążeniu odważnikiem o masie 5 kg wyznacz częstotliwości kilku kolejnych drgań własnych drutu. Rozpocznij od drgania podstawowego, a następnie wykorzystując znaną wartość częstotliwości, zidentyfikuj i zmierz częstotliwości kolejnych kilku, przynajmniej czterech, wyższych drgań własnych;
- zmierz podstawową częstotliwość własną drutu dla kilku, przynajmniej pięciu, jego długości przy obciążeniu masą 5 kg;
- przy maksymalnej długości drutu zmierz częstotliwości drgania podstawowego dla kilku,

przynajmniej pięciu, obciążeń odważnikami w zakresie mas od 1 kg do 5 kg.

W czasie pomiarów konieczna jest powolna zmiana częstości, gdyż przy słabym pobudzeniu drutu do drgań, drgania rezonansowe mogą być obserwowane dopiero po kilku sekundach. Pomiaru należy wykonywać w zakresie częstości od około $\nu = 10$ Hz do $\nu = 2000$ Hz. Zalecane jest wykorzystywanie oscyloskopu w tzw. trybie XY. Rezonansowe częstości drgań drutu złożone z częstością generatora utworzą na ekranie oscyloskopu figury, zwane figurami Lissajous, o przykładowych kształtach ukazanych na Rysunku 3.



Rys.3. Przykłady krzywych Lissajous dla różnych stosunków częstości i różnicy faz .

Analiza wyników pomiarów

Analiza danych winna obejmować następujące elementy:

- ustalenie realistycznych, dopuszczalnych błędów granicznych wielkości bezpośrednio mierzonych i wyznaczenie odpowiadających im niepewności standardowych – pamiętaj, że zdolność rozdzielcza przyrządu nie musi gwarantować sensownych błędów granicznych (oczywiście, możesz też od razu oszacować niepewności standardowe, bez przechodzenia przez etap błędów granicznych);
- wyznaczenie, w każdym z kroków analizy, niezbędnych niepewności standardowych wielkości mierzonych pośrednio;
- weryfikację, z zastosowaniem metod statystycznej analizy danych, słuszności modelowej relacji między częstością drgania własnego a liczbą falową, odwołującą się do pomiarów częstości drgań własnych uzyskanych przy ustalonej długości drutu i obciążeniu;
- wyznaczenie, z tych samych danych, prędkości fali oraz gęstość drutu;
- weryfikację, z zastosowaniem metod statystycznej analizy danych, słuszności modelowej relacji między częstością podstawowego drgania własnego a długością drutu, odwołującą się do pomiarów częstości tego drgania przy różnych długościach drutu i stałym obciążeniu;
- wyznaczenie, z tych samych danych, prędkości fali oraz gęstość drutu;
- stosownie uśrednienie wartości prędkości fali uzyskane z obu pomiarów, o ile uznasz taki krok za uzasadniony;
- weryfikację, z zastosowaniem metod statystycznej analizy danych, słuszności modelowej relacji między częstością podstawowego drgania własnego a obciążeniem, odwołującą się do pomiarów częstości tego drgania uzyskanych przy ustalonej długości drutu i zmiennym obciążeniu;
- wyznaczenie, z tych samych danych, gęstość drutu;
- stosownie uśrednienie wartości gęstości drutu uzyskanych ze wszystkich pomiarów, o ile uznasz taki krok za uzasadniony.

Jeśli na którymś z etapów analizy prowadzisz dopasowanie modelowej zależności do danych metodą najmniejszych kwadratów, **obowiązkowo** podaj jawną formę wielkości minimalizowanej,

jako że postać ta jednoznacznie definiuje, który z wariantów metody wybierasz, a więc jaką postać przybierają wzory na oceny nieznanymi współczynnikami modelowej zależności oraz ich niepewności standardowe i nie musisz cytować stosownych wzorów dla tych obiektów.

Literatura uzupełniająca

- F.C. Crawford, *Fale*, PWN, Warszawa 1972;
- D. Halliday, R. Resnick i J. Walker, *Podstawy fizyki*, t. 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2003;
- H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna wspomagana komputerem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, szereg wydań w latach 2003 ÷ 2012;
- A. Zięba, *Analiza danych w naukach ścisłych i technice*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013.

Dodatkowe uwagi odnośnie do raportu

W raporcie zamieść, w stosownie dobranych tabelach, wszystkie surowe wyniki pomiarów tak, aby sięgając jedynie do raportu i bez potrzeby odwoływania się do protokołu z doświadczenia można było wykonać pełną i niezależną analizę Twych danych. Zadbaj o wierne przeniesienie zmierzonych wartości do raportu.

Nim przygotujesz raport, zaznajom się z uwagami zawartymi w opracowaniu *Instrukcja - Jak pisać raport końcowy* oraz z przykładową realizacją tych uwag w postaci *Przykładowy raport końcowy* jakie zamieszczone są na stronie <http://anipw.igf.fuw.edu.pl> Pracowni wstępnej.

Wymagania ukazane w tych opracowaniach będą bezwzględnie egzekwowane przy sprawdzaniu Twego raportu. W szczególności pamiętaj o konwencji odnoszącej się do precyzji przedstawiania niepewności, a co za tym idzie, również wartości oceny wielkości zmierzonej.

Absolutnie zalecane jest świadome przyjrzenie się redakcji tekstu a także tabel, rysunków i wzorów, sposobów ich numerowania, tytułowania i opisywania w dowolnym, ale wydanym przez uznane wydawnictwo, akademickim podręczniku do fizyki, jak również zajrzenie do kilku publikacji w różnych czasopismach naukowych, co może ułatwić podjęcie decyzji co do podziału Twego raportu na części.

Pytania i zadania definiujące wymagania do ćwiczenia

Problem 1. W jaki sposób wyznacysz niepewność częstości drgania drutu?

Problem 2. Równanie fali dźwiękowej, opisującej wychylenia ψ cząsteczek powietrza z położenia równowagi, ma postać $\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$, gdzie $A = 6,0 \cdot 10^{-2}$ mm, $k = 5,3$ m⁻¹ oraz $\omega = 1800$ s⁻¹.

- Oblicz stosunek amplitudy drgań cząsteczek ośrodka i długości fali.
- Oblicz maksymalną prędkość drgań cząsteczek ośrodka i jej stosunek do prędkości fali.
- Naszkicuj na wykresie kierunki prędkości cząsteczek powietrza w chwili $t = 0$.

Problem 3. W jednorodnym ośrodku sprężystym utworzono falę stojącą $\psi(x,t) = A \cos(kx) \cos(\omega t)$. Naszkicuj na wykresie wychylenie ψ cząsteczek ośrodka z położenia równowagi dla chwil czasu: $t = 0$ oraz $t = T/2$, gdzie T jest okresem fali oraz ich prędkości w chwili $t = T/4$.

Problem 4. W strunie o długości $L = 120$ cm wywołano falę stojącą. W dwóch punktach struny odległych od siebie o $l = 15$ cm, amplituda A fali jest równa 3,5 mm. Ile wynosi maksymalna amplituda fali? Której harmonicznej odpowiada ta fala?

Problem 5. Wyznacz siłę F naciągu zamocowanej na obu końcach stalowej struny o długości $L = 0,5$ m i średnicy $D = 0,2$ mm, jeśli wiadomo, że drga ona z częstością $\nu = 435$ Hz.

Problem 6. Jak wykazuje doświadczenie, prędkość v propagacji fal podłużnych w ośrodku sprężystym zależy od modułu Younga E ośrodka i jego gęstości ρ . Posługując się metodą analizy wymiarowej, zaproponuj formę wzoru na prędkość fali.

Pytania i zadania przybliżające, uzupełniające lub poszerzające treść ćwiczenia

Problem 7. Pokaż, że funkcja $y(x,t)$ zadana związkiem (3) jest rozwiązaniem jednowymiarowego, klasycznego równania falowego.

Problem 8. Pokaż, że jeśli funkcje $f_1(x,t)$ oraz $f_2(x,t)$ są rozwiązaniem jednowymiarowego, klasycznego równania falowego, to funkcja $f(x,t) = af_1(x,t) + bf_2(x,t)$, gdzie a oraz b to dowolne stałe, jest także rozwiązaniem tego równania.

Problem 9. W instrukcji do ćwiczenia pojawia się prośba, by naciąg drutu nie był nigdy większy niż 5 kG. Ile to newtonów?

Problem 10. Dane są dwie podłużne fale $\psi_1(x,t) = A\sin(k_1x - \omega_1t)$ oraz $\psi_2(x,t) = B\sin(k_2x - \omega_2t)$ rozchodzące się wzdłuż metalowego pręta. Znajdź różnicę fazy fali wypadkowej względem fazy fal A i fali B . Jakie warunki muszą spełniać k_1 , ω_1 , k_2 , ω_2 aby fala wypadkowa była falą stojącą?

Problem 11. W powietrzu rozchodzą się dwie płaskie, podłużne fale: jedna wzdłuż osi X i ma postać $\psi_1(x,t) = A\cos(kx - \omega t)$ i druga, wzdłuż osi Y , zadana wzorem $\psi_2(y,t) = A\cos(ky - \omega t)$. Opisz ruch cząsteczek ośrodka w płaszczyźnie XY .

Problem 12. Wyznacz rozwiązanie klasycznego, jednowymiarowego równania falowego, jeśli w chwili $t = 0$ nieskończenie długiej strunie nadano kształt

$$y_0(x) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right),$$

gdzie A i σ to zadane stałe, a następnie ją uwolniono bez prędkość początkowej.

Problem 13. Wyznacz związek dyspersyjny dla równania

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2},$$

gdzie $i^2 = -1$, i podaj ogólną postać jego rozwiązania.

Problem 14. Pokaż, że tor punktu o współrzędnych $x(t) = A\sin(\omega t)$, $y(t) = A\cos(2\omega t)$, to parabola.

Problem 15. Struna o masie m , zamocowana na obu końcach, drga z częstością podstawową ω , przy czym maksymalne wychylenie struny wynosi A . Wyznacz maksymalną energię kinetyczną struny oraz jej średnią energię kinetyczną w czasie jednego okresu.

Problem 16. Równanie falowe ma postać

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}.$$

Ile wynosi prędkość fali w wzdłuż osi X ? A wzdłuż osi Y ?

Opracował: NN,

Uzupełnił: Roman J. Nowak, 18 listopada 2014.